A transversalidade do conhecimento na obra de Poincaré

Isabel Serra
(CFCUL)
isabelserra@netcabo.pt

1. Introdução: o Universalismo de Poincaré

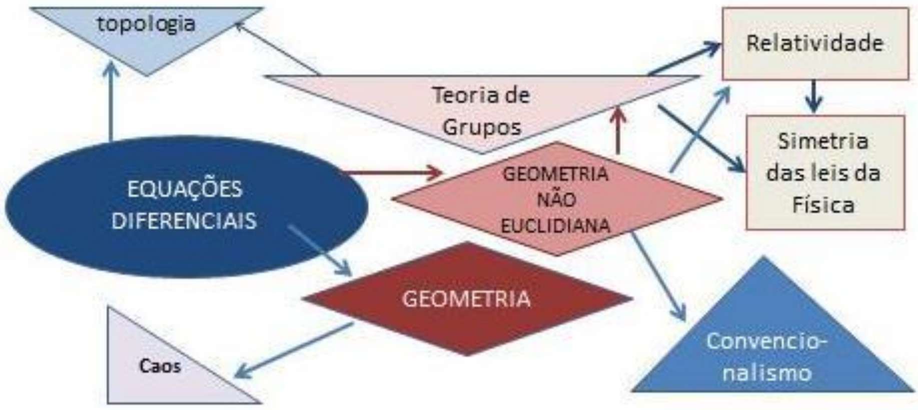
Henri Poincaré iniciou-se na investigação científica com o estudo das equações diferenciais, uma questão central na matemática da época, embora de âmbito restrito no conjunto das numerosas áreas da disciplina. Contudo, a partir desse tema bem específico o matemático francês foi capaz de estabelecer uma rede de interacções e cruzamentos de saberes com ramificações em domínios científicos muito diversos. De facto, os seus resultados no estudo de equações diferenciais permitiram transpor barreiras entre áreas tão diferentes como as funções, a teoria de grupos, as geometrias não euclidianas e a topologia. Por outro lado, parecendo relacionar apenas vários domínios matemáticos entre si, essa rede de ligações acabaria por implicar também a física e a filosofia, aproximando Poincaré dessas disciplinas, muito antes de ele as ter estudado e trabalhado[1].

A arte de estabelecer ligações e cruzamentos entre saberes, que se descortina logo nos primeiros trabalhos de Poincaré, torna-se evidente quando se analisa o conjunto da sua obra. Sendo essencial para caracterizar o seu "universalismo", o relacionamento entre saberes não só marcou todo o trajeto pessoal do cientista como alterou também radicalmente a evolução de alguns ramos da matemática. É difícil, se não impossível, explicar tal

[1] A sua primeira obra filosófica, *La Science et l'Hypothèse,* é publicada em 1902. Os seus inícios na física são em geral associados ao ensino da física matemática que ocorre em 1886.

capacidade de estabelecer ligações, a não ser talvez usando uma justificação do próprio Poincaré em *La Valeur de la Science* que, depois de formular a pergunta, "Quem nos ensinou a conhecer as verdadeiras e profundas analogias, as que os olhos não vêem mas que a razão adivinha?", responde: "foi o espírito matemático, que ignora a matéria para estudar apenas a forma pura".[2]

Foi então o seu "espírito matemático", a sua ligação à "forma pura", que lhe permitiu intuir relações que os outros não viam? Não existe uma resposta fácil e definitiva para esta questão. No entanto, compreender o universalismo de Poincaré talvez seja, não tanto encontrar as suas justificações, mas antes analisar a história das ligações interdisciplinares estabelecidas. Percorrendo a rede de interacções e cruzamentos de saberes por ele criados, e seguindo os caminhos traçados para desenvolver relações e analogias, talvez seja possível encontrar pistas para entender esse universalismo. É o que se procura fazer nos próximos parágrafos, explorando a teia de interacções onde se situa o seu trabalho, sem no entanto aprofundar as matérias abordadas, o que aliás foi já feito por inúmeros autores. Os diferentes temas científicos ou filosóficos serão referidos apenas na perspectiva das suas ligações mútuas. Essas ligações podem ser visualizadas no esquema seguinte, onde se incluíram os principais temas de investigação e também os cruzamentos estabelecidos entre eles. O gráfico pretende dar uma perspectiva panorâmica sobre a rede de interacções criada pelo trabalho de Poincaré, difícil de traduzir apenas através de um texto.



[2] Poincaré, 1905, 106.

2. As Equações Diferenciais e a Noção de Grupo

Nos finais dos anos 1870 Poincaré inicia o estudo das equações diferenciais lineares, sob a orientação de Charles Hermite (1822-1901) tendo em vista o doutoramento em matemática, um trabalho que, de acordo com Jeremy Gray, transformou completamente os conhecimentos sobre as equações diferenciais.[3] Um dos resultados relevantes foi a definição das funções automorfas[4] ou "fuchsianas"[5], como Poincaré lhes chamou. Mas, na perspectiva aqui proposta – a do estabelecimento de ligações entre domínios matemáticos – o grande momento desse trabalho foi a descoberta da relação entre equações diferenciais e geometrias não euclidianas. Alguns anos mais tarde, ao escrever sobre o processo de invenção matemática, Poincaré dá relevo a esse acontecimento, ocorrido durante uma viagem:

> No momento em que pousei o pé no estribo, surgiu-me uma ideia, sem qualquer ligação com os pensamentos anteriores: as transformações que eu tinha usado para definir as funções fuchsianas eram idênticas às da geometria não euclidiana.[6]

Esta descoberta é relatada por Jeremy Gray, com grande pormenor do ponto de vista da matemática e da sua história.[7] Antes de referir as suas consequências vale a pena determo-nos numa afirmação de Gray:

> As publicações de Poincaré denunciam a grande clareza do seu pensamento, associada a uma quase dramática ignorância da matemática contemporânea.[8]

Esta curiosa observação perfeitamente fundamentada ao longo de dezenas de páginas, e onde Gray refere a ignorância "dramática" de Poincaré acerca da matemática do seu tempo, talvez seja interessante para caracterizar a invenção matemática. A afirmação permite levantar a questão do valor epistemológico, na produção científica de um autor, dos conhecimentos anteriormente acumulados por outros. Esse valor é em geral considerado positivamente. Mas não existirão casos em que uma certa "ignorância" tem um papel libertador dos preconceitos e se torna geradora de

---

[3] Gray, 1981, 281.
[4] Poincaré, 1916-1956, 336-372.
[5] Poincaré partiu de alguns resultados do matemático alemão Lazarus Fuchs (1833-1902) com quem manteve uma correspondência publicada em Obras Completas, Vol. 11, pp 13-25.
[6] Poincaré, 1908, 361.
[7] Gray, 1981, 303-332.
[8] Gray, 1981, 298.

novas ideias? Assim parece ter acontecido no caso presente, o da relação estabelecida por Poincaré entre funções automorfas e geometrias não euclidianas.

Inventadas por János Bolyai (1802-1860) e Nikolai Lobatchevsky (1792-1856) em meados do século XIX, as geometrias não euclidianas desencadearam o aparecimento de outros trabalhos nesse domínio. Bernhard Riemann (1826-1866) e Hermann von Helmholtz (1821-1894) são os primeiros a usar essas geometrias[9], mas seriam as contribuições de Félix Klein (1849-1925) e de Sophus Lie (1842-1899) a abrir novas perspectivas na área, ao considerarem que a geometria se reduz ao estudo de um "grupo de transformação".[10] Foi o "grupo de transformação" que permitiu a Poincaré fazer a associação entre as funções fuchsianas e a geometria não euclidiana, dois temas da matemática com estatutos muito diferentes na disciplina. O primeiro inscrevia-se no estudo das equações diferenciais, um ramo clássico da Análise com um enorme desenvolvimento e inúmeras aplicações, já muito trabalhado por matemáticos de prestígio. As geometrias não euclidianas, pelo contrário, estavam nessa época a fazer o difícil caminho que as novas áreas têm muitas vezes de percorrer até conquistarem direito de cidadania no mundo da ciência. Até aí consideradas como uma espécie de curiosidade lógica, as geometrias não euclidianas adquiriram um novo estatuto através da relação, estabelecida por Poincaré, com as funções automorfas e, doravante, "tornaram-se um terreno fértil para os novos métodos da teoria de grupos".[11] No seguimento das publicações de Poincaré surgiu um grande interesse pelas geometrias não euclidianas, que passaram a ser ensinadas nas universidades[12]; o que contribuiu de forma decisiva para o seu desenvolvimento. Este sucesso foi essencial, também no reconhecimento de Poincaré pela comunidade científica.[13]

Embora não se saiba qual a origem das suas concepções geométricas, Poincaré já havia adoptado, no início da sua carreira, o ponto de vista de Félix Klein, moderno e pouco conhecido, o de que a geometria não é mais do que o estudo de um grupo.[14] A ideia de grupo, que foi essencial para fazer a ponte entre os dois domínios matemáticos – as funções e as geometrias não

[9] Torreti, 1984, 154.
[10] Torreti, 1984, 137-142, 171-188.
[11] Gray, 1984, 1.
[12] Walter, 1996, 95-96.
[13] Gray, 2012, 179.
[14] Gray, & Walter, 1997, 15-16.

euclidianas – e que lhe permitiu progredir rapidamente[15] no seu estudo das soluções das equações diferenciais, tornar-se-ia crucial em futuros trabalhos. No entanto, ele nunca investigou em teoria de grupos, limitando-se a desenvolver o estritamente necessário para obter os seus resultados: “Era a ideia de grupo, e não propriamente a teoria de grupos, que o interessava”.[16]

Esta outra observação de Jeremy Gray permite levantar mais uma questão acerca da maneira poincareana de produzir conhecimento em matemática. Não sendo um especialista em geometria não euclidiana e apesar de ignorar – manifestamente – muito do trabalho da escola alemã [17], Poincaré usa uma concepção geométrica arrojada, aplicando-a à Análise Matemática. O que ninguém havia ainda feito. Dado que posteriormente usou com sucesso a noção de grupo também noutros estudos, poder-se-á considerar que ele tinha intuição, talvez mais do que os especialistas da área, acerca da importância e das possibilidades de utilização de tal objecto matemático. De facto, essa importância confirmou-se nas décadas seguintes. O impacto da noção de grupo e as suas aplicações foram crescendo, tanto na matemática como nas ciências da natureza, acabando por originar uma nova e pujante área científica, a álgebra abstrata.

3. Das equações Diferenciais à Topologia, à Ideia de “Caos” e ao Convencionalismo

O estudo das equações diferenciais atravessa toda a obra Poincaré, estando na origem de ligações e influências estabelecidas em diferentes áreas. A ideia de grupo, uma das pontes utilizadas nessas ligações, e que tão frutuosa havia sido no estabelecimento da relação com as geometrias não euclidianas, estará presente também nas suas interrogações topológicas.[18] Da aplicação da noção de grupo aos espaços topológicos resultou a conjectura de Poincaré, enunciada nos inícios do século XX, e demonstrada por Grigori Perelman (1966-) só cerca de cem anos depois. Para além de ter feito o primeiro estudo sistemático da topologia, Poincaré revolucionou a investigação na área com a introdução de novos instrumentos

[15] Gray, & Walter, 1997, 15.
[16] Gray, 2012, 178.
[17] Gray, 1981, 298.
[18] Nabonnand, 2000.

matemáticos. Os seus resultados estão publicados em *Analysis situs*[19], o nome que então se dava à topologia.

Do estudo qualitativo das equações diferenciais surge ainda, nos anos 1880, outra descoberta, não menos importante que a da relação com as geometrias não euclidianas, embora não tão valorizada na altura. Poincaré é o primeiro a identificar o que hoje se designa por "caos", um fenómeno cuja relevância é reconhecida pela comunidade científica só a partir dos anos 1960, após o trabalho do meteorologista Edward Lorenz (1917-2008) e da generalização do estudo dos fenómenos caóticos.

Tal como acontece com a ideia de grupo, também neste caso Poincaré utilizou uma perspectiva já existente mas pouco usual, ao escolher uma abordagem geométrica para estudar o comportamento das soluções das equações diferenciais. Ele inspirou-se no trabalho de outros matemáticos, mas desenvolveu-o de forma inovadora tal como fez também com as geometrias não euclidianas. De facto, já Augustin Cauchy (1789-1857), Charles Briot (1817-1882), Jean-Claude Bouquet (1819-1885) e Lazarus Fuchs (1833-1902), haviam estudado o comportamento geométrico das soluções das equações diferenciais, mas sempre localmente, enquanto Poincaré vai analisar o seu comportamento global. É essa análise global que lhe permite detectar o fenómeno de "sensibilidade às condições iniciais", ou "caos" como hoje se chama. A primeira definição de caos, e que conserva toda a sua actualidade, é dada por Poincaré:

> Pequenas diferenças nas condições iniciais podem originar grandes diferenças nos fenómenos finais. Um pequeno erro inicial poderia ter então um efeito enorme. Nestas condições, a previsão torna-se impossível.[20]

Ele próprio se apercebe das potencialidades do seu inovador processo de análise, referindo nos seus artigos o "vasto campo que ele abre aos geómetras".[21] A mecânica celeste foi uma das áreas onde o aplicou, estudando o "problema dos três corpos". Os seus resultados, publicados no *Journal des Mathématiques Pures et Appliquées*[22] dariam a Poincaré, em 1887, o prémio do Rei Oscar da Suécia.

Tal como no caso das funções fuchsianas, também neste problema Poincaré usou a geometria, mais uma vez num terreno essencialmente ligado

[19] Poincaré, 1895.
[20] Poincaré, 1908a, 62.
[21] Poincaré, 1881, 377.
[22] Poincaré, 1881, 375-422; 1882, 251–286; 1885, 167-244; 1886, 151-217.

à Análise Matemática, pelo menos nessa época. A geometria continuaria, nos anos seguintes, a desempenhar um papel importante na sua actividade e no seu pensamento. Aliás, apesar de ter trabalhado também com objectos que faziam parte de outros ramos da matemática, Poincaré considerava-se um geómetra: e como tal "deixava-se guiar pela intuição", conforme escreveu em *L'intuition et la logique en mathématiques*.[23] É certo que palavra intuição, embora pareça adequada para caracterizar a inventividade de Poincaré, tem múltiplos significados[24] e presta-se a interpretações diversas. No entanto, é difícil encontrar outro termo para traduzir a sua capacidade de utilização da geometria.

A primeira ligação de Poincaré à filosofia também será estabelecida através da geometria. É aliás pelo "convencionalismo geométrico" que Poincaré é mais conhecido na filosofia das ciências.[25] A ligação prolongar-se-ia até à filosofia da física, com o "convencionalismo físico". Estes dois aspectos da sua filosofia das ciências foram apresentados em vários artigos, reunidos posteriormente em *La Science et l'Hypothèse*. As geometrias não euclidianas podem ser consideradas como o elo de ligação entre as equações diferenciais e o convencionalismo geométrico. De facto, Poincaré fundamentou essa posição filosófica na compatibilidade das várias geometrias. Depois de analisar as geometrias não euclidianas[26] conclui que não existe uma geometria melhor que outra, sendo uma questão de convenção a escolha de uma, entre as várias geometrias possíveis.[27]

4. As Geometrias não Euclidianas e o Espaço Físico

Na física do século XIX a geometria é naturalmente interpretada como a ciência do espaço, sendo o espaço concebido como uma entidade real. Mas, paradoxalmente, as proposições da geometria não podem ser nem corroboradas nem refutadas pelos acontecimentos reais que têm lugar nesse espaço real. De facto, de Platão a Kant, e também para os empiristas, a geometria descreve a realidade, embora resulte de conhecimentos *a priori* e independentes da experiência. A emergência das geometrias não euclidianas veio avivar as questões filosóficas em torno do significado da geometria, e

[23] Poincaré, 1905, 27-40.
[24] Pombo, 2012.
[25] Gray, 2013, 525.
[26] Poincaré, 1902, 63-76.
[27] Poincaré, 1902, 75.

também estimular a controvérsia acerca da natureza do espaço físico. Uma das questões levantadas foi a da compatibilidade das várias geometrias com as medidas físicas. Mesmo supondo que, do ponto de vista matemático, a existência de várias geometrias não é problemática, qual é a “verdadeira” geometria das medidas físicas?

Neste debate, são fundamentais as intervenções de Helmholtz, que pensava ser possível estabelecer os fundamentos da geometria a partir da mecânica. Na sua conferência de 1870, « Sobre a origem e o significado dos axiomas da geometria”, ele apresentou o conjunto dos trabalhos de Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Bolyai, de Lobachevsky, de Riemann – e também o seu próprio – como constituindo o fundamento científico de uma filosofia empirista da geometria, oposta ao apriorismo kantiano.[28] As suas teses, que exerceram profunda influência em Poincaré, contêm também as primeiras afirmações de carácter convencionalista na geometria.[29] Para as apoiar, Helmholtz dá exemplos de visualização de situações não euclidianas, pondo assim em evidência que os axiomas da geometria não são dados *a priori*.

De acordo com Rougier, os trabalhos de Felix Klein e de Sophus Lie, ao colocarem em evidência que os movimentos dos sólidos indeformáveis definem um grupo de transformações, contribuíram para a fundamentação da teoria de Helmholtz:

> São os trabalhos de Helmholtz suscitados pelos resultados de Riemann que estabelecem a relação lógica entre estes últimos e a teoria dos grupos de transformação.[30]

Em 1872, no “Erlangen Programme” , Felix Klein define, unifica e classifica as diferentes geometrias usando, precisamente, o conceito de grupo de transformação.[31] Klein e Lie mostram que a geometria, euclidiana ou não, se reduz ao estudo de um grupo e que as geometrias se equivalem entre si.

A equivalência das geometrias que resulta dos trabalhos de Riemann, Helmholtz, Klein e Lie, foram determinantes nas reflexões de Poincaré publicadas em 1887[32], em 1891[33], e mais tarde em *La Science et*

[28] Torreti, 1984, 163.
[29] Torreti, 1984, 163.
[30] Rougier, 1920, 56.
[31] Klein, 1891, 87.
[32] Poincaré, 1887, 203-216.
[33] Poincaré, 1891, 769-774.

l'Hypothèse. Fundamentadas também na utilização que ele próprio fez das geometrias não euclidianas, as concepções elaboradas por Poincaré conduziram-no ao "convencionalismo geométrico", doutrina que tantas questões e interpretações suscitou até aos dias de hoje.[34] Os vários estudiosos da obra de Poincaré parecem não estar de acordo, nem sequer acerca da origem do convencionalimo de Poincaré; para Scott Walter, tais origens encontram-se provavelmente nos debates em torno da coerência lógica e significado físico da geometria não euclidiana durante a década de 1870.[35] Para Rougier, contudo, há uma relação forte entre a elaboração do convencionalismo e a investigação em funções fuchsianas.[36]

Foi referido o interesse que os matemáticos demonstraram pela descoberta de Poincaré da relação entre funções fuchsianas[37] e geometrias não euclidianas. Já o mesmo não se passou com a sua teoria convencionalista, que não agradava aos geómetras nem, naturalmente, aos físicos. De facto, o convencionalismo geométrico tornava inútil a discussão sobre a natureza do espaço físico e condenava a possibilidade de se estabelecer empiricamente a estrutura geométrica do espaço.[38]

Então, a geometria não euclidiana, que se tinha revelado uma das ligações fortes entre áreas de conhecimento, parece agora desempenhar o papel oposto, que é o de afastar Poincaré de um problema importante, o da natureza do espaço. No entanto, o convencionalismo geométrico, responsável pelo divórcio entre Poincaré e essa questão fundamental, vai permitir-lhe outra ligação com a física, ao abrir caminho para o convencionalismo físico. Apesar da controvérsia que se gerou em torno do convencionalismo de Poincaré, numerosos autores são unânimes ao considerar que o convencionalismo físico, contendo embora características específicas[39] foi inspirado no convencionalismo geométrico.[40]

As ligações das geometrias não euclidianas com a física não se limitam, contudo, aos aspectos filosóficos e ao convencionalismo. De facto, a noção de grupo vai ser essencial também no estudo de um problema de física, o das equações de Maxwell, que conduziria Poincaré a novos resultados.

---

[34] Giedymin, 1992, 423-443.
[35] Walter, 1996, 89.
[36] Rougier, 1920, 147.
[37] Walter, 1996, 95.
[38] Walter, 1996, 90.
[39] Neste mesmo número de *Kairos*, o artigo de Maria de Paz, "O convencionalismo de Poincaré contextualizado: origem e significado", discute a questão com pormenor.
[40] Giedymin, 1977, 271.

Os exemplos citados permitem afirmar que, embora não tivesse propriamente feito investigação em geometrias não euclidianas e teoria de grupos, esses temas constituem, na obra de Poincaré, o ponto de ligação entre diversos trabalhos onde se cruzam a matemática, a física e a filosofia.

5. A Noção de Grupo e a Física

Nos finais do século XIX o estudo do electromagnetismo conduziu a aplicações de grande importância científica e social. A par desse sucesso, e na falta de uma teoria unificada, a interpretação física dos fenómenos levantava inúmeros problemas e contradições. Poincaré apercebeu-se dessa grande crise conceptual e enfrentou-a começando por estudar e avaliar as várias formulações da electrodinâmica. Os resultados desse trabalho foram publicados em vários artigos, mas o essencial do seu pensamento em relação à crise da física e ao estudo da electrodinâmica estão reunidos em duas obras, *La Science et l'Hipothèse* e *Electricité et Optique.*

Professor na Sorbonne desde 1886, Poincaré ensinou nessa escola várias matérias, entre as quais a física matemática. Embora até essa época ele fosse essencialmente um matemático, os seus temas de investigação haviam-no levado a interessar-se pela física matemática[41], uma área onde as equações diferenciais desempenhavam um importante papel. É o ensino de física matemática, a partir de 1888, que está na origem do seu envolvimento com o electromagnetismo.[42] Nas suas lições, longe de se contentar em reproduzir os conhecimentos já bem estabelecidos, Poincaré apresentava e discutia os resultados e teorias mais recentes.[43] Assim, introduziu em França a chamada teoria de James Maxwell (1831-1879) e também os resultados de Helmholtz, de Heinrich Hertz (1857-1894), de Hendrik Lorentz (1853-1928) e de Joseph Larmor (1857-1942), fazendo comparações e estabelecendo relações entre eles. *Electricité et Optique* foi publicada precisamente para apoiar as suas aulas, mas tornou-se uma obra de referência, ainda hoje útil para quem queira conhecer, no quadro da história da ciência, as diferentes formulações do electromagnetismo dos finais do século XIX. É curioso observar que para estudar a teoria de Maxwell a escola alemã privilegiava a apresentação de Poincaré face aos textos originais do próprio Maxwell.

---

[41] Houzel e Paty, 1999, 7.
[42] Darrigol, 2000, 352.
[43] Houzel e Paty, 1999, 2.

Poincaré considerava que, de entre todas as teorias, a de Lorentz, apesar de tudo, era a mais coerente com os factos observados e a que melhor se apresentava como uma construção definitiva. Apesar dos seus defeitos, a teoria de Lorentz "dava uma explicação simples de alguns fenómenos"[44], que até então tinham escapado à teoria de Maxwell. Foi da interacção de Poincaré com o trabalho de Lorentz que surgiu mais outra utilização das geometrias não euclidianas e da noção de grupo.

A crise conceptual da física nos finais do século XIX teve origem, entre outras razões, nas dificuldades sentidas com as leis do electromagnetismo que, estranhamente, ao contrário das leis da Mecânica Clássica, não permaneciam invariantes na mudança de um referencial de inércia para outro.[45] Lorentz, que trabalhava nesta questão, definiu transformações de coordenadas que conservavam invariantes as equações do electromagnetismo em todos os referenciais de inércia. Em 1900, na conferência de Leyden, Poincaré chamou-lhes "transformações de Lorentz"[46] e mostrou que definem um grupo[47], uma propriedade "que constitui a essência do Princípio da Relatividade".[48] De facto, ao perceber que o Princípio da Relatividade se pode deduzir das propriedades de simetria das leis da física – ou seja, da invariância das equações da física por acção de um grupo – Poincaré obteve uma versão da teoria da Relatividade baseada no grupo de transformações de Lorentz. É uma versão matemática dessa teoria mas que assenta num aspecto essencial para a física: o da simetria, ou invariância, das suas leis. Poincaré foi o primeiro a reparar nas propriedades de simetria das leis da física[49] e a caracterizar a sua invariância usando, mais uma vez, a noção de grupo. Os seus resultados, publicados no artigo *Sur la*

[44] Poincaré, 1902, 242.

[45] Referencial de inércia é um referencial para o qual, se uma partícula não está sujeita a forças, ou está parada ou se move em linha recta e com velocidade constante. As leis da mecânica são invariantes (têm a mesma expressão) em todos os referenciais de inércia.

[46] Poincaré, 1900, 464-488.

[47] Poincaré, 1905-a, pp. 1504-1508. Poincaré chamou-lhe Grupo de Lorentz. Actualmente o termo «transformação de Lorentz » designa diferentes transformações, conforme a teoria física em que se trabalha. Em todos os casos o conjunto das transformações define um subgrupo do grupo de Poincaré. http://fr.wikipedia.org/wiki/Transformations_de_Lorentz consultado em Julho de 2012.

[48] Reignier, 2004, 9.

[49] Feynmann, 1989, 121.

dynamique de l'électron[50], estão na origem de outros trabalhos em Relatividade, em particular de Minkowski.[51]

O "grupo de simetria de Poincaré", assim chamado por Wigner[52], define, na física actual, o conjunto de transformações que conservam a estrutura do espaço-tempo em relatividade restrita. Os grupos continuaram a desempenhar um papel muito importante na Relatividade, mas também na física em geral, pois as transformações que descrevem a simetria normalmente definem grupos e as propriedades de simetria estão intimamente relacionadas com as leis de conservação. A teoria de grupos veio, aliás, a tornar-se uma área da matemática muito importante na física[53], em particular na mecânica quântica.

A noção de grupo, aplicada anteriormente ao estudo das equações diferenciais e à topologia, revelou-se mais uma vez essencial no percurso de Poincaré, agora no tratamento das equações de Maxwell. Os resultados que obteve foram cruciais também na emergência de uma nova área, a Relatividade, mesmo que o papel desempenhado pelas suas descobertas tenha sido objecto de grande controvérsia.[54] Stephen Hawking sintetiza as conclusões dessa controvérsia afirmando que se deve a Lorentz e Poincaré as transformações matemáticas e a Einstein a interpretação física[55]. Não se pretende, no entanto, discutir aqui a prioridade da descoberta da relatividade, mas antes usar este exemplo para sublinhar, mais uma vez, a capacidade de Poincaré em cruzar conhecimentos de diferentes áreas. Também na física ele utilizou um objecto matemático de forma totalmente inovadora – o grupo – tal como havia feito noutros campos. E uma vez mais a sua ideia estaria na origem de importantes desenvolvimentos, num futuro que ele mesmo já não pôde apreciar.

6. Conclusão

Em resumo, poderíamos dizer que os resultados de Poincaré, embora obtidos no quadro da investigação em matemática, foram aplicados com sucesso a outros domínios do conhecimento. Esta síntese, talvez útil para

[50] Poincaré, 1905a, 494-550.
[51] Walter, 1999.
[52] Wigner, 1967, 15-19.
[53] http://en.wikipedia.org/wiki/Symmetry_group
[54] Darrigol, 2004, 6-7.
[55] http://fr.wikipedia.org/wiki/Controverse_sur_la_paternitéde la relativité

descrever o trajecto de alguns cientistas, é contudo insuficiente para caracterizar a travessia de Poincaré, fortemente marcada pela capacidade de transpor barreiras entre saberes. A explicação dessa capacidade é um desafio para a psicologia, para as ciências cognitivas ou ainda para quem investiga sobre a criação matemática.[56]

Será também possível valorizar esse aspecto da obra de Poincaré – as ligações entre conhecimentos – a partir de algumas observações de Laurent Rollet, alguém que conhece bem certos momentos do seu trabalho. Afirma Rollet que as reflexões sobre a ciência de Poincaré, olhadas frequentemente como "filosofia de cientista", não têm tido a mesma atenção que a sua obra científica.[57] No entanto, "a filosofia de Poincaré está ancorada na filosofia tradicional, ou seja, numa esfera intelectual que não tem, obrigatoriamente, a física e a matemática como objecto de estudo".[58] Partindo da afirmação implícita em Rollet – a de que o lugar da filosofia não tem sido devidamente valorizado no pensamento de Poincaré – será possível construir uma nova perspectiva acerca da interacção ciência-filosofia no desenvolvimento do seu trabalho. Não ousando ir ao ponto de inverter os termos dessa interacção, é no entanto legítimo perguntar até que ponto a filosofia influenciou a sua evolução científica. Concretizando, será que os seus conhecimentos de filosofia e a sua capacidade filosófica não determinaram as suas escolhas científicas? E que o seu "espirito filosófico" não o guiou na investigação? Se assim foi, então o pensamento filosófico terá servido de apoio ao seu trabalho científico que, por sua vez, constituiu uma fonte de ideias para a sua filosofia. E mais, a dualidade pensamento científico – pensamento filosófico teria sido porventura, para Poincaré, uma forte inspiração na arte de cruzar conhecimentos, que é própria da unidade, da transversalidade e da universalidade da filosofia.

[56] Van-Quynh, 2013.
[57] Rollet, 2007, 7.
[58] Rollet, 2007, 7.

Referências Bibliográficas

Darrigol, O., 2000, *Electrodynamics, from Ampère to Einstein,* Oxford Univ. Press.
--- 2004, Faut-il réviser l'histoire de la relativité?, *La Lettre de l'Académie des Sciences*, 14, 6-7.

Feynmann, R., 1989, *O que é uma lei física*, Gradiva, Lisboa (Edição original: *The Character of Physical Law,* Cambridge: MIT Press, 1967).

Giedymin, J., 1977, On the Origin and Significance of Poincaré's Conventionalism*, Studies in History and Philosophy of Science*, 8, 271-301.
--- 1992, Conventionalism, the Pluralist Conception of Theories and the Nature of Interpretation, *Studies in History and Philosophy of Science*, 23, 423-443.

Gray, J.J., 1981, *Linear differential equations and group theory from Riemann to Poincaré*, PhD Thesis, Warwick.
--- 1984, Fuchs and the Theory of Differential Equations, *Bulletin (New Series) of the American Mathematical Society*, 10, 1, 1-26.
--- & Walter, S. A. (Eds.), 1997, *Three Supplements on Fuchsian Functions* by Henri Poincaré, Berlin, Akademie-Verlag.
--- (2012), "Poincaré and the idea of a group", *Naw* 5/13, 178-186.
--- (2013), *Henri Poincaré, A Scientific Biography*, Princeton Univ. Press, Princeton.

Houzel, C. & Paty, M., 1999, Henri Poincaré (1854-1912), Encyclopædia Universalis, *Dictionnaire de l'Astronomie*, Albin Michel, Paris, 1999, 696-706. (reproduzido em http://www.scientiaestudia.org.br/associac/paty/pdf/Paty,M_1997g-PoincareEU.pdf)

Klein, F., 1891, *Ann. Ec. Norm. Sup*., 87-102; 173-199. Ed. original: *Vergleichen.de Betrachlnngen über neuere geomelrische Forsckungen, Programm zum Eintritt in die philosophische Fakultàt*; Erlangen (1872).

Nabonnand, P., 2000, Les recherches sur l'œuvre de Poincaré, *SMF - Gazette*, 85, 33-48.

Poincaré, H., 1881, Sur les courbes définies par une équation différentielle I, *J. Math. Pures Appl.*, S. 3, 7, 375–422.
--- 1882, Sur les courbes définies par une équation différentielle II, *J. Math. Pures Appl.*, S. 3, 8, 251–286.
--- 1885, Sur les courbes définies par une équation différentielle III, *J. Math. Pures Appl.*, S. 4, 1, 167–244.
--- 1886, Sur les courbes définies par une équation différentielle IV, *J. Math. Pures Appl.*, S. 4, 2, 151–217.
--- 1887, Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie, *Bulletin de la Société Mathématique de France* 15, 203-216.
--- 1891, Les Géométries non-euclidiennes, *Revue générale des Sciences Pures et Appliquées*, Vol. 2, 769-774.
--- 1895, Analysis situs, *Journal de l'École Polytechnique*. (2) 1: 1-123.
--- 1900, La théorie de Lorentz et le principe de réaction, *Œuvres*, Tome IX, 464-488.
--- 1901, E*lectricité et Optique*, Paris, Gauthier-Villars.

--- 1902, *La Science et l'Hypothèse*, Paris, Flammarion, (Reed. 1968).

--- 1905, *La Valeur de la Science*, Paris, Flammarion (Reed. 1970).

--- 1905a, Sur la dynamique de l'électron, Académie des Sciences, *Comptes-rendus*, 140, 1504-1508.

--- 1908, L'Invention Mathématique, *L'enseignement mathématique,* 10.

--- 1908a, *Science et Méthode*, Paris, Editions Kimé, 1999.

--- 1916-1956*, Œuvres*, 11 Volumes, Paris, Gauthier-Villars.

Pombo, O., 2012, Conceptions of Intuition in Poincaré's Philosophy of Mathematics, *Philosophy Study*, Vol. 2, 6, 384-397.

Reignier, J., 2004, Poincaré synchronization: From the local time to the Lorentz group, *Proceedings of the Symposium Henri Poincaré* (Brussels, 8-9 October 2004) www.ulb.ac.be/sciences/ptm/pmif/ProceedingsHP/Reignier.pdf, consultado em Julho, 2012.

Rollet, L., 2007, *Henri Poincaré : Des Mathématiques à la Philosophie, Étude du parcours intellectuel, social et politique d'un mathématicien au début du siècle*, Thèse, Archives - Centre d'Études et de Recherche Henri-Poincaré.

Rougier, L., 1920, *La philosophie géométrique de Henri Poincaré,* Paris, Librairie Félix Algan.

Torreti, R., 1984,, *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, 2e éd. (Dordrecht : Reidel, 1e éd. 1978).

Van-Quynh, A. (Coord.), 2013, Introspection and Intuition in Mathematics, Dossier *Kairos, Journal of Philosophy & Science*, 6, 159-237.

Walter, S., 1996, *Hermann Minkowski et la Mathematisation de la Theorie de la Relativité Restreinte (1905-1915)*, Thèse, Université de Paris.
--- 1999, Minkowski, Mathematicians, and the Mathematical Theory of Relativity. In: Goenner, Renn, Ritter & Sauer (eds.), *The Expanding Worlds of General Relativity* (Einstein Studies, volume 7), Boston/Basel, Birkhauser, 45–86.

Wigner, E.,1967, *Symmetries and reflections*. Indiana, Indiana University Press.